

набора S_m и S_n , где $m > n$, совпали, то произведение чисел от $(n+1)$ -го до m -го есть полный квадрат.

а) Задача сводится к такой: можно ли выписать подряд 15 ненулевых наборов из четырех цифр 0 и 1 друг за другом так, чтобы каждые два соседних отличались ровно в одном месте, а первым шел набор из трех нулей и одной единицы?

б) Подсчитайте общее количество наборов S (см. [7], задача 3-17).

в) Эту задачу для «знатоков» можно переформулировать так: какое наибольшее число ребер n -мерного куба может содержать цепочка ребер, не заходящая дважды в одну вершину?

2-55. Если a и b взаимно просты, то на каждой прямой $ax + by = c$, где c – целое, растет дерево (см. 2-2, 2-6, 2-7, с. 17, 20, 21).

2-56. См. 2-21, с. 32.

2-57. В доказательстве можно использовать формулу для функции Эйлера, приведенную в комментарии к решению 2-8, с. 22.

2-58. б) Доказательство удобно провести по индукции, начав с конечной цифры 5 или 6.

∇ Вся бесконечная влево последовательность таких цифр (например, $x = \dots 376$) образует так называемое *10-адическое* число, для которого $x^2 = x$; таким образом, в 10-адических числах квадратное уравнение $x^2 = x$ имеет, кроме решений $x = 0 = \dots 000$ и $x = 1 = \dots 001$, еще два решения. В теории p -адических чисел причудливым образом сплетаются свойства целых и вещественных чисел (см. [82]).

2-59. Пусть тройка чисел $(x_0; y_0; z_0)$ – решение данного уравнения. Тогда все тройки, полученные из нее перестановками чисел x_0, y_0, z_0 – тоже решения. Если подставить в уравнение тройку $(x_0; y_0; z_0)$, то из полученного квадратного относительно x уравнения находится новое решение исходного уравнения.

2-60. Рассмотрите одновременно число $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{1987} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$.

2-61. Полезно с числом $a^2 + ab + b^2$ из M связать выражение $a + b\omega$ и при перемножении двух таких выражений считать ω^2 равным $\omega - 1$ (тогда будет выполняться, в частности, равенство $(a + b\omega)(a - b\omega^2) = a^2 + ab + b^2$). Буквой ω здесь обозначено комплексное число $(1 + \sqrt{-3})/2$, а $-\omega^2 = 1 - \omega = (1 - \sqrt{-3})/2$ – сопряженное к нему число.

2-62. Можно взять $y = x! - 1$.

3-26. 1) См. решение и комментарий к 3-7, с. 49–50, рис. 19.

3) Если $m = ab/c$, то $c/a = b/n$.

4) Пусть $m = a\sqrt{2} = \sqrt{a^2 + a^2}$, $n = a\sqrt{3} = \sqrt{m^2 + a^2}$, тогда $a\sqrt{2}/(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = am/(m + n)$.

б) Пусть $m = \sqrt{2}a$, тогда $a\sqrt{2} = \sqrt{m \cdot a}$.

3-27. По поводу таких построений см. 3-2, с. 44–46. В п. 1) $\sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{(b-a)(b+a)}$, в п. 2) $a\sqrt{3} = \sqrt{3a \cdot a}$, в п. 3) $a\sqrt{2} = \sqrt{2a \cdot a}$, так что в этих пунктах построения сводятся к построению среднего геометрического \sqrt{ab} отрезков a и b – с. 49, рис. 19. Для этого повторите рис. 19, проведите на нем радиус OK и отрезок, симметричный ему относительно прямой KB .

4) Здесь можно использовать уже построенный в п. 3) отрезок $a\sqrt{2}$.

3-28. См. 3-3, с. 46.

3-29. Здесь удобно использовать метод геометрических мест – см. 3-4, с. 46. Геометрическое место середин отрезков, один конец которых находится в данной точке, а другой – на данной окружности, является окружностью.

3-30–3-31. Здесь удобно действовать методом подобия – см. 3-6, с. 48–49.

3-32. Наиболее удаленная от начала координат вершина прямоугольника находится на прямой $y = \pi + \frac{p}{2} - 2x$.

3-33. $r\sqrt{\pi} = r\sqrt{\pi \cdot 1}/1$.

3-34. Воспользуйтесь тождеством $\cos \varphi = 4 \cos^3 \frac{\varphi}{3} - 3 \cos \frac{\varphi}{3}$. Пусть $\cos \frac{\varphi}{3} = x$, тогда $4x^3 = \cos \varphi + 3x$.

3-35–3-36. Удобно отражать от стенок сами фигуры: угол и бильярд – см. 3-16, с. 58. В 3-36 рассмотрите сначала бильярд размерами 3×5 и сделайте рисунок.

3-37. Опишите окружность около треугольника ABC .

3-38. См. 3-8, с. 50.

3-39. Используйте 3-14 (с. 55) и то, что $1/6 - 1/10 = 1/15$.

3-40. Эллипс – геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний от которых до двух данных точек этой плоскости постоянна. Гипербола – геометрическое место точек плоскости, модуль разности расстояний от которых до двух данных точек этой плоскости постоянен.

3-41. б) Докажите, что если отрезки лежат на разных прямых, то любая ось симметрии объединения отрезков является осью симметрии одного из отрезков.

3-42. Здесь удобно действовать методом подобия – см. 3-6, с. 48.

3-43, 3-44. См. 3-10, с. 51–53

3-46. Докажите, что три общие хорды трех попарно пересекающихся окружностей пересекаются в одной точке, и воспользуйтесь предыдущей задачей 3-45.

3-47. Среди вершин правильного двенадцатиугольника можно разными способами выбрать четыре вершины, все попарные расстояния между которыми различны.

3-48. Доказательство удобно провести методом математической индукции (см. [112]) по числу прямых.

3-50. См. 3-19, с. 62. Геометрическое место центров шаров, касающихся двух пересекающихся плоскостей, – пара перпендикулярных плоскостей. Геометрическое место центров шаров, касающихся трех попарно пересекающихся плоскостей, – пересечение двух пар плоскостей, т.е. четверка прямых. Число точек, одинаково удаленных от четырех попарно пересекающихся плоскостей, не более восьми.

3-51. Не все части являются тетраэдрами, некоторые из них – октаэдры (рис.68 на с. 116).

3-52. См. 3-19, с. 62.

3-53. а) Плоскость, проходящая через середину диагонали куба и перпендикулярная ей, – геометрическое место точек, равноудаленных от ее концов. Найдите на ребрах куба такие точки.

б) Разделите диагональ на три равные части и найдите формулу для $S(x)$ в каждой из этих частей. Площадь проекции сечения на грань куба равна $S(x) \cdot \sin \varphi$, где φ – угол между диагональю и гранью куба.

3-54. Докажите, что трехгранные углы тетраэдра равны (см. 3-24, 3-25, с. 66–68).

3-55. Нарисуйте сначала плоскую схему такого многогранника (см. 3-23, с. 66).

3-56. Докажите, что: а) площадь «дольки» – сферического двугольника, высекаемого на сфере двугранным углом трехгранного угла, равна 2α , где α – величина двугранного угла; б) сферический треугольник является пересечением трех двугольников, образованных тремя двугранными углами трехгранного угла.

4-25. Наибольшее значение достигается при $a = b$. Можно выразить все нужные элементы треугольника, например, через величину острого угла.

4-26. Воспользуйтесь тем, что $f(0) = f(1) = 1$, а наименьшее значение $f\left(\frac{1}{2}\right)$ функции $f(x)$ не меньше чем -1 .

4-27. См. 4-5, с. 77.

4-28. Сумма трех наименьших чисел не больше, чем утроенное среднее арифметическое всех 10 чисел.

4-30. См. 4-3, с. 75. Начните с того, что посчитайте все площади для нескольких характерных случаев: точка в вершине, в середине стороны, в точке пересечения медиан.

4-31. Сначала полезно найти, какую наименьшую величину может иметь произведение диагоналей.

4-32. Сколько, самое меньшее и самое большее, стоит одна авто-ручка?

4-33. Можно действовать так же, как в 4-6 б), с. 78–79, используя равенство $1/(\sqrt{3}-1) = (\sqrt{3}+1)/2$.

∇ Разложение $\sqrt{3}$ в цепную дробь получается периодическим. То, что 220 вольт и 127 вольт – обычное напряжение в сети, не случайно – см. [57].

4-34. См. 4-8, с. 80.

4-35. См. 4-9, с. 82. Обозначим через p то расстояние, которое человек успевает пройти от одного обгона до следующего. Тогда

$$5p \leq 4 < 7p,$$

$$7p \leq 7 < 9p,$$

$$(x-1)p \leq 17 < (x+1)p,$$

где x – искомое число автобусов.

4-37. Пусть S – сумма всех одиннадцати чисел. Тогда каждое из них есть корень уравнения $x = (S-x)^2$, имеющего не более двух решений. Поэтому среди искомого чисел не больше двух различных.

4-38. Найдите отношение значения данной величины при $n = k + 1$ к значению при $n = k$ и выясните, при каких k это отношение больше 1, а при каких – меньше (см. 4-13, с. 85).

4-39. Полезно рассмотреть сначала случай, когда все числа равны между собой. Чтобы получить для n оценку сверху, удобно сложить неравенства $a_i^2 + a_j^2 \geq 2a_i a_j$, где a_k ($1 \leq k \leq n$) – числа, о которых идет речь в условии задачи.

4-40. См. 4-15, с. 86.

4-41. Интегралы в левой части можно представить как площади криволинейных треугольников, расположенных под и над графиком функции $y = \sin x$ (см. 4-16, с. 87).

4-42. Здесь удобно использовать тот же прием, что и в доказательстве каждого неравенства 4-15, с. 86; в одном из случаев надо также учесть неравенство треугольника.

4-43. а) Представьте данные числа как степени с одинаковыми показателями и сравните основания этих степеней.

б) Чтобы сравнить числа $2^{9 \cdot 3^{98}}$ и $3^{4 \cdot 2^{148}}$, достаточно сравнить 2^9 с 3^4 и 3^{98} с 2^{148} (т.е. $\left(\frac{9}{8}\right)^{49}$ с 2 – см. 4-4, с. 75–77).

в) Сравните числа $\log_5(6/5)$, $\log_6(6/5)$, $\log_6(7/6)$.

г) Можно использовать равенство

$$2 \sin 7^\circ \cdot \sin 5^\circ = \cos 2^\circ - \cos 12^\circ.$$

Другие решения пунктов в), г) и д) можно получить, используя следующий факт: если функция $\lg f(x)$ выпукла вверх (см. 4-18, с. 89), то $f(x+1)/f(x) \geq f(x)/f(x-1)$.

4-44. Можно рассуждать так же, как в решении задачи 4-18, с. 89, используя функции:

а) $f(x) = 1/(1+x)$; б) $f(x) = \lg \sin x$.

4-45. В искомую сумму выгодно включать лишь двойки и тройки.

4-46. См. 4-19, с. 91.

4-47. Оцените количество узлов бесконечной сетки из правильных треугольников со стороной 1, лежащих в круге радиуса 10 с центром в одном из узлов сетки (достаточно подсчитать количество узлов, лежащих в правильном шестиугольнике со сторонами длины 10, идущими по линиям сетки),

4-48. См. 4-23, с. 93.

4-49. Отразив гипотенузу симметрично относительно катетов, получим на ее образе – двух параллельных отрезках – новые точки K' и H' – образы точек K и H . Задача сводится к тому, чтобы минимизировать длину ломаной $K'PQH'$. (Положений точек P и Q , при которых достигается минимум длины, здесь бесконечно много.)

4-50. Квадрат расстояния между двумя точками, движущимися равномерно и прямолинейно, выражается квадратным трехчленом от времени (это проще доказать, перейдя к системе координат, связанной с одной из этих точек). По трем значениям квадратного трехчлена можно вычислить его коэффициенты, а затем – найти его минимум.

5-22. б) Отрицательные числа имеет смысл вписать в пять клеток – центральную и в четыре имеющие с ней общую вершину, – а положительные – в остальные 20 клеток.

5-23. Улитка могла проползти от 4 до 12 метров (см. 5-1, с. 100).

5-24. См. 5-3, с. 103.

5-25. См. 5-5, с. 104–105.

5-26. а) Полезно рассмотреть сначала ситуацию, когда в автобусе едут 2, 3 и 4 человека.

б) После размена у каждого должна остаться хотя бы одна монета.

в) Полезно выяснить, сколько среди 15 человек таких, у которых только одна 15-копеечная монета.

5-27. Удобно составить таблицу, в которой строки соответствуют цветам, а столбцы – фасонам.

5-28. См. 5-6, с. 105.

5-29. а) Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник по двум сторонам и углу против одной из них. Исследуйте, сколько решений имеет эта задача на построение.

б) Рассмотрите два треугольника: один со сторонами 1, a , a^2 , второй – со сторонами a , a^2 , a^3 . При каких a существуют эти треугольники?

5-30. Докажите, что один из углов между биссектрисами треугольника не меньше 60° (выразите для этого углы между биссектрисами

через углы треугольника). Оцените площадь четырехугольника, диагоналями которого являются эти биссектрисы. См. [36], задача 272.

5-32. Эта задача связана с равенством

$$4 + 4 \cdot 2^3 + 4 \cdot 3^3 + \dots + 4 \cdot k^3 = k^2 (k + 1)^2.$$

5-33. г) Попробуйте сначала разрезать прямоугольный треугольник на два равнобедренных.

5-35. а) Внутренний четырехугольник не обязательно выпуклый.

б) Длина любого отрезка, расположенного внутри четырехугольника, не превосходит половины его периметра.

5-36. б) Рассмотрите случаи четного и нечетного n (см. 5-16, с. 116).

5-37. а) Рассмотрите проволочный икосаэдр, см. 5-15 б), с. 116.

б) Попробуйте посчитать число отрезков (см. 5-16 б), 5-17 б), с. 117).

5-38. Удобно каждое из чисел от 1 до 81 представить в виде суммы степеней тройки, т.е. записать в троичной системе счисления.

5-40. Если $7/8 = q^k$, $9/8 = q^n$ для некоторых целых k и n , то $7^n \cdot 9^k = 8^{n+k}$.

5-41. б) Если у каждого выключателя два состояния (включен–выключен), то у трех выключателей всего восемь различных состояний, одно из которых соответствует случаю, когда все лампочки погашены.

5-42. Изобразим задачи черными кружками, участников – белыми и от каждого участника проведем отрезки к тем задачам, которые он решил. Тогда все отрезки образуют один или несколько замкнутых путей – циклов.

г) В каждом цикле выбор осуществляется двумя способами, а циклов – не более 10.

5-43. Удобнее описать периодическую расстановку офицеров на бесконечной клетчатой плоскости Oxy , разбитой на квадраты 5×5 , в каждом из которых повторяется расстановка с нужными свойствами. Офицеров каждого ранга можно расставить вдоль параллельных друг другу наклонных прямых одного направления, скажем, с угловым коэффициентом 1, а каждого рода войск – другого направления, скажем, с угловым коэффициентом 2.

∇ Нужную расстановку можно получить также с помощью конечно-го поля из остатков от деления на 5 – см. комментарий к 5-20, с. 121.

5-44. а) Возьмем отрезок, поместим три вершины внешней пирамиды очень близко к одному его концу, а четвертую – к другому. Две вершины внутренней пирамиды поместим вблизи одного конца отрезка, а две другие – вблизи другого.

б) Эта задача – обобщение следующей теоремы: периметр выпуклого многоугольника меньше периметра любого содержащего его многоугольника.

5-47. Станции можно расположить в вершинах куба.

5-48. В таком многограннике все ребра одного направления имеют одинаковую длину и для каждой пары направлений существуют ровно две грани с соответствующими направлениями сторон.

5-49. б) Многочлен в пункте а) можно записать как $C_x^1 + C_{x+y+1}^2$ (см. комментарий к 2-16, с. 28).

5-50. Найдите множество значений многочлена $(1 - xy)^2 + x^2$.

6-19. См. 6-1 б), с. 134.

6-20. в) Докажите, что если в разложении дроби n/p , $0 < n < p$, в десятичную дробь где-то стоят две одинаковые цифры a , то существует натуральное число m такое, что $m/p = 0, aa \dots$, т.е. выполняются неравенства

$$0 < \frac{m}{p} - \frac{11}{100}a < \frac{1}{100}.$$

Задача сводится к такой: нужно выбрать простые p такие, что ни при каком натуральном $a \leq 9$ двузначное число, образованное двумя последними цифрами числа $11pa$, не превосходит числа $100 - p$.

6-21. Найдите период.

6-22. Докажите, что если $a_n \geq 163$, то $a_{n+1} < a_n$. Остается исследовать случаи, когда $a_1 \leq 162$.

6-23. См. 6-3, с. 135.

6-24. См. 6-2, с. 134–135.

6-25. См. 6-5, с. 136.

6-26. См. с. 149–151. Начертив графики функций $y = 1 - x^2$ и $y = x$, нужно изучить поведение последовательности (x_n) , заданной соотношением $x_{n+1} = 1 - x_n^2$ при различных x_1 . Ответ в задаче зависит от четности n .

6-27. а) Функция $f(x) = x(1 - x)$ возрастает при $0 < x < 1/2$; $f(x) \leq 1/4$ при $0 \leq x \leq 1$ и $f(1/n) < 1/(n + 1)$; можно показать, что $x_n < 1/(n + 2)$ при $n > 1$.

б) Удобно сделать замену $x_n = \frac{1}{2} + h_n$.

6-28. Можно доказать методом математической индукции, что $P_n(x)$ имеет n корней. Учитывая чередование знаков многочлена $P_{n+1}(x)$ в точках, где $P_n(x)$ обращается в 0, можно доказать, что между каждыми двумя корнями $P_n(x)$ лежит корень $P_{n+1}(x)$; кроме того, определив знак $P_n(x)$ и $P_{n+1}(x)$ при больших по модулю значениях x , можно доказать, что $P_{n+1}(x)$ имеет корень справа от наибольшего из корней $P_n(x)$ и слева от наименьшего его корня.

6-29. а) Путь муравья состоит из отрезков, длины которых составляют две бесконечно убывающие геометрические прогрессии.

6-30. Треугольники, взятые через один, будут подобны друг другу.

6-31. Используйте неравенство $\sin x < x$ при $x > 0$.

6-32. б), в) Можно доказать неравенство $a_n^3 > 3n$ и оценить разность $a_n^3 - 3n$.

6-33. Оба утверждения можно доказать методом математической индукции (см. 6-16, с. 149): если неравенства

$$0 < 2 - a_n < (3/4)^n$$

верны для $n = k$, то они верны и для $n = k + 1$.

6-34. Можно указать $q < 1$ такое, что (начиная с некоторого n) $a_{n+1} < qa_n$.

6-35. б) Рассмотрите тройку чисел вида $k\tau^2$, $k\tau$, k .

6-33. Рассмотрите сумму всех попарных расстояний – она, конечно, не меняется при переселениях.

6-38. Удобно числа между 0 и 1 рассматривать как бесконечные троичные дроби из цифр 0, 1, 2; числа, о которых говорится в пункте в) – те, в троичной записи которых бесконечно много нулей и двоек и нет ни одной единицы.

6-39. в) Для доказательства удобнее использовать другой способ построения ломаной Дракона, чем указанный в условии (конечно, нужно доказать, что он приводит к той же ломаной): на n -м шаге на каждом звене уже построенной ломаной, как на гипотенузе, строится равнобедренный прямоугольный треугольник, причем попеременно – справа и слева (так, что соседние треугольники получают один из другого поворотом на 90° вокруг общей вершины); катеты построенных треугольников образуют новую ломаную; повернув ее на 45° относительно начальной точки и увеличив подобно в $\sqrt{2}$ раз, можно переходить к $(n + 1)$ -му шагу. (Подробный рассказ о ломаных Дракона см. в «Кванте» № 2, 1970.)

г) Известное нам доказательство использует гауссовы (целые комплексные) числа; было бы интересно найти простое элементарное решение.

6-40. Нарисуем домики всех гномов на одном листе бумаги в двух экземплярах. На первом экземпляре будем закрашивать домики (по правилам, указанным в задаче) в нечетные годы (1-й, 3-й, 5-й и т.д.), на втором экземпляре – в четные годы. Соединим каждый домик с домиками друзей гнома, который в нем живет, на другом экземпляре. Для полученной схемы (она называется двудольным графом) можно использовать тот же прием, что и в решении 6-7, с. 137.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Алгоритм Евклида

- №№ 2-4, 2-5, 2-6; с. 15, 18–21.
№ 2-19; с. 16, 31 (для многочленов).
№ 2-23; с. 36, 159.
№№ 2-28; 2-29; с. 37, 159.
№ 2-55; с. 39, 161.

Арифметика вычетов

- № 1-5; с. 5, 9.
№№ 2-10, 2-11, 2-12, 2-13, 2-14; с. 16, 23 – 27.
№ 2-27; с. 37, 159.
№№ 2-31, 2-32; с. 37, 159.
№№ 2-35, 2-36, 2-37, 2-38, 2-39, 2-40, 2-41, 2-42, 2-43, с. 37–38, 159.
№ 2-53; с. 39, 160.
№ 6-1; с. 131, 134.
№№ 6-19, 6-20; с. 154, 167.

Геометрические преобразования

- № 3-2; с. 41, 44 (инверсия).
№ 3-5; с. 41, 47 (инверсия).
№ 3-6; с. 41, 48 (гомотетия, подобие).
№№ 3-9; 3-10; с. 41, 50–53 (гомотетия, подобие, центральное проектирование).
№ 3-12; с. 41, 54 (осевая симметрия).
№ 3-15; с. 42, 57 (движения).
№ 3-16; с. 42, 58 (осевая симметрия, отражение).
№ 3-25; с. 43, 67 (полярное преобразование).

- №№ 3-30, 3-31; с. 69, 162 (подобие).
№№ 3-35, 3-36; с. 69, 162 (осевая симметрия, отражение).
№ 3-41; с. 70, 162 (осевая симметрия).
№ 3-42; с. 70, 162 (подобие).
№№ 3-43, 3-44; с. 70, 162 (гомотетия, подобие, центральное проектирование).
№ 3-54; с. 71, 163 (полярное преобразование).
№ 4-3; с. 72, 75 (осевая, центральная симметрия).
№ 4-19; с. 73, 91 (центральная симметрия).
№ 4-46; с. 97, 165 (симметрия).
№ 4-49; с. 108, 165 (осевая симметрия).
№ 5-7; с. 99, 106.
№ 6-9; с. 132, 139.
№ 6-15; с. 133, 148 (гомотетия и поворот; непрерывные преобразования).
№ 6-30; с. 156, 167 (подобие).

Графы

- № 1-16; с. 7, 11.
№№ 1-20, 1-21, 1-22; с. 7, 12.
№ 1-25; с. 8, 13.
№ 3-23; с. 43, 66 (теорема Штейнница о плоских схемах многогранников).
№ 5-12; с. 100, 111.
№ 5-15; с. 100, 115 (теоремы Эйлера, Понтрягина–Куратовского).

№№ 5-18, 5-19; с. 100, 118–120
(турниры, компании).

№ 5-21; с. 101, 122 (конечная
проективная плоскость).

№№ 5-36, 5-37; с. 128, 166.

№№ 5-41, 5-42; с. 129, 166.

№ 6-7; с. 131, 137.

№ 6-10; с. 132, 140–142 (компози-
ция гомотетии и поворота).

№ 6-40; с. 158, 168 (двудольный
граф).

Диофантовы уравнения

№№ 2-1, 2-2; с. 15, 17 (линейные
уравнения в целых числах).

№ 2-7; с. 15, 21.

№ 2-23; с. 36, 159.

№ 2-25; с. 36, 159.

№№ 2-32, 2-33, 2-34; с. 37, 159.

№№ 2-36, 2-37; с. 37–38, 159.

№ 2-55; с. 39, 161.

№ 5-3; с. 99, 103.

№ 5-19; с. 100, 120.

№ 5-24; с. 127, 165.

№ 5-26; с. 127, 165.

№ 5-32; с. 128, 166.

№ 5-40; с. 129, 166.

Дирихле принцип

№ 2-9; с. 16, 23.

№ 2-31, с. 37, 159.

№ 4-22; с. 74, 93.

№ 4-23; с. 74, 93 (непрерывный
аналог).

№ 4-29; с. 96.

№ 4-48; с. 97, 165.

№ 6-1; с. 131, 134.

Игры

№ 1-15; с. 6, 11.

№ 1-25; с. 8, 13.

№ 2-30; с. 37, 159.

№ 5-19; с. 100, 120.

№ 6-8; с. 132, 138–139.

№ 6-12; с. 132, 143–144.

№ 6-14; с. 133, 147–148.

Инвариант

№ 6-7; с. 131, 137–138.

№ 6-10; с. 132, 140–142.

№ 6-12; с. 132, 143–144.

№№ 6-35, 6-36; с. 156, 168.

№ 6-40; с. 158, 168.

Комбинаторика

№ 2-16; с. 16, 28.

№ 2-30; с. 37, 159.

№№ 3-18, 3-19; с. 42, 61–63.

№ 4-24; с. 74, 94–95.

№№ 5-4, 5-5; с. 99, 104–105.

№№ 5-14, 5-15, 5-16; с. 100, 115–
117.

№№ 5-18, 5-19, 5-20, 5-21, 5-22,
с. 100–101, 118–127, 165.

№№ 5-25, 5-26, 5-27; с. 127, 165.

№№ 5-31, 5-32; с. 128, 166.

№№ 5-36, 5-37; с. 128–129, 166.

№№ 5-41, 5-42, 5-43; с. 129, 166.

№ 5-49; с. 130, 167.

№ 6-8; с. 132, 138–139.

№№ 6-10, 6-11; с. 132, 140–143.

№ 6-13; с. 133, 144–146.

Логика

№№ 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 1-7, 1-8;
с. 5, 9.

№ 1-13; с. 6, 10.

№№ 1-15, 1-16; с. 6–7, 11.

№ 1-18; с. 7, 11.

№ 1-20; с. 7, 12.

№ 1-22; с. 7, 12.

№ 2-5; с. 15, 19–20.

№ 2-9; с. 16, 23.

№№ 2-30, 2-31; с. 37, 159.

№ 4-24; с. 74, 94–95.

№ 4-32; с. 96, 163.

№№ 4-37, 4-38; с. 96–97, 164.
№ 5-2; с. 99, 102–103.
№№ 5-4, 5-5, с. 99, 104–105.
№№ 5-8, 5-9, с. 99–100, 108–109.
№ 5-16; с. 100, 116–117.
№№ 5-18, 5-19, 5-20, 5-21; с. 100–101, 118–126.
№ 5-25; с. 127, 165.
№ 5-27; с. 127, 165.
№№ 5-29, 5-30, 5-31; с. 128, 165–166.
№ 5-33; с. 128, 166.
№№ 5-36, 5-37; с. 128–129, 166.
№№ 5-41, 5-42, 5-43; с. 129, 166.
№ 6-7; с. 131, 137–138.
№ 6-8; с. 132, 138–139 («клеточные автоматы»)
№№ 6-9, 6-10, с. 132, 139–142.
№№ 6-13, 6-14; с. 133, 144–148.
№ 6-16; с. 133, 149–150.
№ 6-26; с. 155, 168.
№ 6-36; с. 156, 168.

Математическое программирование

№ 4-8; с. 71, 80–82.
№ 4-10; с. 73, 83–84 (универсальные переборные задачи).
№ 4-24; с. 74, 94–95.
№ 4-34; с. 96, 164.
№ 5-10; с. 100, 109–110.

Многогранники

№ 1-26; с. 8, 14.
№ 3-22; с. 42, 65–66 (теорема Коши о выпуклых многогранниках).
№ 3-24; с. 43, 66–67.
№№ 3-54, 3-55; с. 71, 163.
№ 4-20; с. 73, 91–92.
№№ 5-13, 5-14; с. 100, 114–116.
№№ 5-44, 5-45, 5-46, 5-47, 5-48; с. 129–130, 166–167.

Многоочлены

№ 1-2; с. 5, 9.
№№ 2-15, 2-16, 2-17, 2-18, 2-19; с. 16, 28–30.
№ 2-33; с. 37, 159.
№№ 2-35, 2-36, 2-37; с. 37–38, 159.
№ 2-40; с. 38, 159.
№№ 2-44, 2-45, ..., 2-53; с. 38 – 39, 159–160.
№ 4-2; с. 72, 74–75.
№№ 4-15, 4-16; с. 73, 86–88.
№ 4-26; с. 95, 163.
№№ 4-37, 4-38; с. 96–97, 164.
№ 4-40; с. 97, 164.
№ 4-42; с. 97, 164.
№ 4-50; с. 98, 165.
№№ 5-49, 5-50; с. 130, 167.
№ 6-18; с. 134, 151–154.
№ 6-26; с. 155, 167.
№ 6-28; с. 155, 167.

Монотонные последовательности, функции

№ 4-1; с. 71, 74.
№ 4-4; с. 72, 75–77 (формула сложных процентов).
№№ 4-12; 4-13; с. 73, 84–85.
№№ 4-16; 4-17; с. 73, 87–89.
№ 4-41; с. 97, 164.
№ 4-43; с. 97, 164.
№ 5-5; с. 99, 104–105.
№ 5-10; с. 100, 109–110.
№ 5-39; с. 129.
№ 6-2; с. 131, 134–135.
№№ 6-8, 6-9; с. 132, 138–140.
№ 6-16; с. 133, 149–150.
№ 6-18; с. 134, 151–154.
№ 6-22; с. 154, 167.
№ 6-24; с. 155, 167.
№№ 6-26, 6-27; с. 155, 167.
№ 6-29; с. 155, 167.
№№ 6-32, 6-34; с. 156, 168.

№ 6-38; с. 157, 168.

*Наибольший общий делитель
(НОД)*

№№ 2-3, 2-4; с. 15, 18.

№ 2-19; с. 16, 30–31 (для много-
членов).

№№ 2-26, 2-27, 2-28, 2-29; с. 37,
159.

№№ 2-36, 2-37; с. 37–38, 159.

№ 5-4; с. 99, 104.

*Неподвижная точка
отображения*

№ 6-2; с. 131, 134–135.

№№ 6-4, 6-5; с. 131, 136–137.

№№ 6-12; 6-13; с. 132–133, 143–
146.

№ 6-15; с. 133, 148.

№ 6-18; с. 134, 151–154.

№№ 6-24, 6-26; с. 155, 167.

*Необычные примеры и
конструкции*

№№ 5-1, 5-2, ..., 5-50; с. 99–130,
165–167.

№ 6-2; с. 131, 134–135.

№ 6-10; с. 132, 140–142.

№№ 6-13, 6-14, 6-15; с. 133, 144–
148.

№ 6-24; с. 155, 167.

№ 6-29; с. 155, 167.

№ 6-35; с. 156, 168.

№ 6-37; с. 157.

№№ 6-39, 6-40; с. 157, 168.

Непрерывные функции

№ 4-2; с. 72, 74–75.

№ 4-43; с. 97, 164.

№ 5-7; с. 99, 106–108 (теорема
Леви).

№ 6-15; с. 133, 148 (неподвижная
точка непрерывного отображе-
ния).

№№ 6-16, 6-17, 6-18; с. 133–134,
148–154.

№ 6-26; с. 155, 167.

№ 6-28; с. 155, 167.

Неравенства и оценки

№ 1-8; с. 5, 9.

№№ 1-11, 1-12; с. 6, 10.

№ 1-15; с. 6, 11.

№№ 1-17, 1-18; с. 7, 11.

№№ 3-18, 3-19; с. 42, 61–63.

№ 4-1; с. 72, 74 (геометрическое
неравенство).

№ 4-2; с. 72, 74–75.

№ 4-3; с. 72, 75 (геометрическое
неравенство).

№ 4-4; с. 72, 75–77 (неравенство
Бернулли, сложные проценты,
экспонента).

№№ 4-5, 4-6, ..., 4-10; с. 72–73,
77–84.

№ 4-11; с. 73, 84 (упорядочива-
ние).

№№ 4-12, 4-13; с. 73, 84–85.

№ 4-14; с. 73, 85–86 (среднее
арифметическое и среднее гео-
метрическое).

№ 4-15; с. 73, 86–87 (теорема
Мюрхеда).

№ 4-16; с. 73, 87–88 (среднее
арифметическое и среднее гео-
метрическое, неравенство
Юнга, преобразование Лежан-
дра).

№ 4-17; с. 73, 88–89 (геометричес-
кое неравенство).

№ 4-18; с. 73, 89–90 (неравенства
Иенсена, Коши–Буняковского).

№ 4-19; с. 73, 91 (изопериметри-
ческая теорема, задача Дидо-
ны).

№ 4-20; с. 73, 91–92 (геометричес-
кое неравенство).

№ 4-21; с. 74, 92–93.
№ 4-22; с. 74, 93 (геометрическое неравенство).
№ 4-23; с. 74, 93–94.
№ 4-24; с. 74, 94–95 (алгоритм «бинарных вставок»).

№№ 4-25, 4-26, 4-27; с. 95, 163.
№ 4-28; с. 96, 163 (среднее арифметическое и среднее геометрическое).

№ 4-29; с. 96.
№№ 4-30, 4-31; с. 96, 163 (геометрическое неравенство).

№№ 4-32, 4-33, ..., 4-38; с. 96–97, 163–164.
№ 4-39; с. 97, 164.
№ 4-40; с. 97, 164 (теорема Мюрхеда).

№№ 4-41, 4-42, ..., 4-50; с. 97–98, 164–165.

№№ 5-1, 5-2; с. 99, 101–103.
№№ 5-5, 5-6, ..., 5-10; с. 99–100, 104–110.
№№ 5-12, 5-13, ..., 5-19; с. 100, 111–120.
№№ 5-22, 5-23; с. 127, 165.
№ 5-25; с. 127, 165.
№ 5-28; с. 127, 165.
№№ 5-31, 5-32, ..., 5-35; с. 128, 166.
№ 5-37; с. 128–129, 166.
№ 5-42; с. 129, 166.
№№ 5-44, 5-45, 5-46, 5-47; с. 129–130, 166–167.
№ 5-50; с. 130, 167.
№ 6-1; с. 131, 134.
№№ 6-5, 6-6, ..., 6-10; с. 131–132, 136–142.
№ 6-16; с. 133, 149–150 (метод последовательных приближений).
№ 6-20; с. 154, 167.
№№ 6-25, 6-26, ..., 6-29; с. 155, 167.

№№ 6-31, 6-32, ..., 6-37; с. 156–157, 168.
№№ 6-39, 6-40; с. 157–158, 168.

Периодичность

№ 6-1; с. 131, 134.
№№ 6-3, 6-4, 6-5, 6-6; с. 131, 135–137.
№ 6-10; с. 132, 140–142.
№№ 6-12, 6-13; с. 132–133, 143–146.
№№ 6-18, 6-19, 6-20, 6-21; с. 134, 151–154, 167.
№ 6-23; с. 154, 167.
№№ 6-25, 6-26; с. 155, 167.
№№ 6-37, 6-38, с. 157, 168.

Планиметрия

№ 1-1; с. 5, 8.
№ 1-10; с. 6, 10.
№ 1-14; с. 6, 10.
№ 1-19; с. 7, 11.
№ 2-7, 2-8; с. 15, 21–23.
№№ 2-26, 2-27; с. 37, 159.
№ 2-29; с. 37, 159.
№ 2-32; с. 37.
№ 2-55; с. 39, 161.
№№ 3-1, 3-2, ..., 3-18; с. 41–42, 43–62.
№ 3-21; с. 42, 64.
№№ 3-26, 3-27, ..., 3-49; с. 69–71, 160–163.
№ 4-1; с. 72, 74.
№ 4-3; с. 72, 75 (неравенство).
№ 4-17; с. 73, 88–89 (неравенство).
№ 4-19; с. 73, 91 (на максимум).
№ 4-21; с. 74, 92–93.
№ 4-23; с. 74, 93–94.
№ 4-25; с. 95, 163 (на максимум).
№№ 4-29, 4-30, 4-31; с. 96, 163.
№ 4-42; с. 97, 164.

№№ 4-46, 4-47, 4-48, 4-49; с. 97–98, 165.

№№ 5-8, 5-9, 5-10, 5-11; с. 99–100, 108–111.

№№ 5-15, 5-16, 5-17, 5-18; с. 100, 115–120.

№№ 5-29, 5-30, ..., 5-37, с. 128–129, 165–166.

№ 6-15; с. 133, 148.

№№ 6-29, 6-30, 6-31; с. 155–156, 167–168.

Полная математическая индукция

№ 2-53; с. 39, 160.

№ 2-58; с. 39, 161.

№ 3-48; с. 71, 163.

№ 4-12; с. 73, 84–85.

№ 4-14; с. 73, 85–86.

№ 5-11; с. 100, 110–111.

№№ 6-16, 6-17; с. 133, 148–151.

№ 6-28; с. 155, 167.

№№ 6-32, 6-33, 6-34; с. 155, 168.

Последовательности и итерации

№ 1-18; с. 7, 11.

№№ 1-21, 1-22; с. 7, 12.

№ 2-4; с. 15, 18–19.

№№ 2-21, 2-22; с. 17, 32–36.

№ 2-41; с. 38, 160.

№ 2-56; с. 39, 161.

№ 4-4; с. 72, 75–77.

№ 4-13; с. 73, 85.

№ 4-15; с. 73, 86–87.

№№ 4-37, 4-38; с. 96–97, 164.

№ 4-40; с. 97, 164.

№ 5-2; с. 99, 102–103.

№№ 5-5, 5-6, 5-7; с. 99, 104–108.

№ 5-11; с. 100, 110–111.

№ 5-25; с. 127, 165.

№ 5-33; с. 128, 166.

№№ 5-39, 5-40, 5-41, 5-42; с. 129, 166.

№ 6-1; с. 131, 134.

№ 6-2; с. 131, 134–135 (неподвижная точка преобразования).

№№ 6-3, 6-4, ..., 6-7, с. 131, 135–138.

№ 6-8; с. 132, 138–139 («клеточные автоматы»).

№ 6-9; с. 132, 139–140.

№ 6-10; с. 132, 140–142 («диаграммы Юнга»).

№№ 6-11, 6-12; с. 132, 142–144.

№ 6-13, с. 133, 144–146 («последовательность Морса»).

№№ 6-14, 6-15; с. 133, 147–148.

№ 6-16; с. 133, 149–150 (метод итераций – последовательных приближений).

№ 6-17; с. 133, 150–151.

№ 6-18; с. 134, 151–154 (теорема Шарковского).

№№ 6-19, 6-20, ..., 6-38; с. 154–157, 167–168.

№ 6-39; с. 157, 168 (ломаная «Дракона»).

№ 6-40; с. 158, 168.

Построения в пространстве

№ 1-1; с. 5, 8.

№№ 3-19, 3-20, ..., 3-24, с. 42 – 43, 62–67.

№ 3-25; с. 43, 67–68 (связь трехгранного угла со сферическим треугольником).

№ 3-50; с. 71, 163 (метод геометрических мест).

№№ 3-51, 3-52, ..., 3-56; с. 71, 163.

№№ 5-12, 5-13; с. 100, 111–115.

№ 5-47; с. 130, 167.

Построения на плоскости

№ 1-1; с. 5, 8.

№ 1-14; с. 6, 10.

№ 1-19; с. 7, 11.
№№ 2-7, 2-8; с. 15, 21–23.
№№ 2-26, 2-27; с. 37, 159.
№ 2-29; с. 37, 159.
№ 2-55; с. 39, 161.
№ 3-1; с. 41, 43–44.
№ 3-2; с. 41, 44–46 (одним циркулем; теорема Маскерони).
№ 3-3; с. 41, 46.
№ 3-4; с. 41, 46–47 (метод геометрических мест).
№ 3-5; с. 41, 47–48 (задача Аполлония).
№ 3-6; с. 41, 48–49 (метод подобия).
№ 3-7; с. 41, 49–50 (разрешимость задачи на построение).
№ 3-8; с. 41, 50 (линейкой и эталоном длины).
№ 3-9; с. 41, 50–51.
№ 3-10; с. 41, 51–53 (только линейкой).
№№ 3-11, 3-12, 3-13; с. 41–42, 53–55.
№ 3-14; с. 42, 55–56 («золотое» сечение, теорема Гаусса о возможности построения правильного n -угольника).
№№ 3-15, 3-16, 3-17, 3-18; с. 42, 57–62.
№ 3-21; с. 42, 64.
№ 3-26; с. 69, 161.
№ 3-27; с. 69, 162 (одним циркулем).
№ 3-28; с. 69, 162.
№ 3-29; с. 69, 162 (метод геометрических мест).
№№ 3-30, 3-31; с. 69, 162 (метод подобия).
№№ 3-32, 3-33; с. 69, 162.
№ 3-34; с. 69, 162 (с помощью графика функции).

№№ 3-35, 3-36, 3-37; с. 69, 162.
№ 3-38; с. 70, 162 (линейкой и эталоном длины).
№ 3-39; с. 70, 162.
№ 3-40; с. 70, 162 (метод геометрических мест).
№ 3-41; с. 70, 162.
№ 3-42; с. 70, 162 (метод подобия).
№№ 3-43, 3-44; с. 70, 162 (только линейкой).
№ 3-45; с. 70.
№ 3-46; с. 70, 162 (метод геометрических мест).
№№ 3-47, 3-48, 3-49; с. 70–71, 162–163.
№ 5-11; с. 100, 110–111.
№ 5-29; с. 128, 165.
№№ 5-33, 5-34, с. 128, 166.

Прогрессии

№ 2-14; с. 16, 27.
№ 2-21; с. 17, 32–33.
№ 4-29; с. 96.
№№ 5-39, 5-40; с. 129, 166.
№ 6-2; с. 131, 134–135.
№ 6-11; с. 132, 142–143.
№ 6-24; с. 155, 167.
№ 6-29; с. 155, 167.

Просто смекалка

№ 1-1; с. 5, 8.
№ 1-3; с. 5, 9.
№ 1-5; с. 5, 9.
№№ 1-9, 1-10, 1-11; с. 6, 10.
№ 1-13; с. 6, 10.
№№ 1-15, 1-16; с. 6–7, 11.
№№ 1-18, 1-20; с. 7, 11–12.
№ 1-26; с. 8, 14.
№ 2-7; с. 15, 21.
№ 2-18; с. 16, 28.
№№ 2-26, 2-27; с. 37, 159.
№ 2-30; с. 37, 159.

№ 2-32; с. 37.
№№ 2-36, 2-37; с. 37–38, 159.
№ 2-41; с. 38, 160.
№ 2-46; с. 38.
№ 2-55; с. 39, 161.
№ 3-3; с. 41, 46.
№ 3-32; с. 69, 162.
№ 4-2; с. 72, 74–75.
№ 4-5; с. 72, 77.
№ 4-8; с. 72, 80–82.
№ 4-27; с. 95, 163.
№ 4-37; с. 96, 164.
№№ 5-1, 5-2, 5-3; с. 99, 101–104.
№№ 5-8, 5-9, 5-10; с. 99–100, 108–110.
№№ 5-15, 5-16; с. 100, 115–117.
№№ 5-18, 5-19; с. 100, 118–120.
№№ 5-22, 5-23, 5-24; с. 127, 165.
№ 5-26; с. 127, 165.
№ 5-31; с. 128.
№ 5-33; с. 128, 166.
№№ 5-35, 5-36, ..., 5-39, с. 128–129, 166.
№№ 5-41, 5-42, с. 129, 166.
№ 5-45; с. 130.
№№ 6-1, 6-2; с. 131, 134–135.
№ 6-4; с. 131, 136.
№ 6-7; с. 131, 137–138.
№ 6-12; с. 132, 143–144.
№ 6-14; с. 133, 147–148.
№ 6-24; с. 155, 167.

Простые, составные числа

№№ 1-6, 1-7; с. 5, 9.
№ 1-24; с. 8, 13.
№№ 2-1, 2-2; с. 15, 17–18.
№№ 2-5, 2-6, 2-7, 2-8; с. 15, 19–22.
№№ 2-15, 2-16; с. 16, 28.
№№ 2-24, 2-25, ..., 2-29; с. 36–37, 159.

№№ 2-32, 2-33, ..., 2-41; с. 37–38, 159–160.
№ 2-44; с. 38, 160.
№№ 2-53, 2-54, 2-55; с. 39, 160–161.
№ 2-57; с. 39, 161.
№ 3-14; с. 42, 55–56.
№ 3-39; с. 70, 162.
№№ 5-2, 5-3, 5-4; с. 99, 102–104.
№ 5-24; с. 127, 165.
№ 5-49; с. 130, 167.
№ 6-12; с. 132, 143–144.
№ 6-20; с. 154, 167.

Развертки пространственных тел

№ 3-21; с. 42, 64.
№№ 3-23, 3-24; с. 43, 66–67 (равногранные тетраэдры).
№ 3-55; с. 71, 163.
№ 5-14; с. 100, 115.
№ 5-45; с. 130.

Рекуррентные соотношения

№№ 6-2, 6-3, ..., 6-7; с. 131, 134–138.
№№ 6-10, 6-11, ..., 6-14; с. 132–133, 140–148.
№№ 6-16, 6-17, 6-18; с. 133–134, 149–154.
№№ 6-21, 6-22, ..., 6-28; с. 154, 167.
№№ 6-30, 6-31, ..., 6-34; с. 156, 168.

Стереометрия

№ 1-1; с. 5, 8.
№ 1-26; с. 8, 14.
№ 3-17; с. 42, 59–61.
№№ 3-19, 3-20, ..., 3-25; с. 42–43, 62–68.
№№ 3-50, 3-51, ..., 3-56; с. 70, 163.

№ 4-3; с. 72, 75 (неравенство).
№ 4-20; с. 73, 91–92.
№ 4-22; с. 74, 93 (неравенство).
№№ 5-12, 5-13, 5-14; с. 100, 111–115.
№ 5-17; с. 100, 117–118.
№№ 5-44, 5-45, ..., 5-48; с. 129–130, 166–167.

Текстовые задачи

№№ 1-3, 1-4; с. 5, 9.
№№ 1-6, 1-7, 1-8, 1-9; с. 5–6, 9–10.
№№ 1-11, 1-12, 1-13; с. 6, 10.
№№ 1-15, 1-16, 1-17, 1-18; с. 6–7, 11.
№ 1-20; с. 7, 12.
№№ 1-22, 1-23; с. 7, 12.
№ 1-25; с. 8, 13.
№№ 2-1, 2-2; с. 15, 17.
№№ 2-5, 2-6; с. 15, 19–21.
№ 2-12; с. 16, 25–26.
№№ 2-23, 2-24, 2-25; с. 36, 159.
№ 2-55; с. 39, 161.
№№ 4-4, 4-5, ..., 4-10; с. 72–73, 75–84.
№ 4-24; с. 74, 94–95.
№ 4-27; с. 95, 163.
№ 4-32; с. 96, 163.
№№ 4-34, 4-35; с. 96, 164.
№ 4-50; с. 98, 165.
№№ 5-1, 5-2; с. 99, 101–103.
№№ 5-18, 5-19; с. 100, 118–120.
№ 5-21; с. 101, 122–126.
№ 5-23; с. 127, 165.
№№ 5-26, 5-27; с. 127, 165.
№№ 5-41, 5-42, 5-43; с. 129, 166.
№ 5-47; с. 130, 167.
№ 6-2; с. 131, 134–135.
№№ 6-4, 6-5; с. 131, 136–137.
№№ 6-7, 6-8, 6-9, 6-10; с. 131–132, 137–142.

№ 6-12; с. 132, 143–144.
№ 6-14; с. 133, 147–148.
№№ 6-24, 6-25; с. 155, 167.
№ 6-29; с. 155, 167.
№ 6-36; с. 156, 168.
№ 6-40; с. 158, 168.

Уравнения

№ 1-2; с. 5, 9.
№№ 2-1, 2-2; с. 15, 17–18 (в целых числах).
№№ 2-6, 2-7; с. 15, 20–21 (в целых числах).
№№ 2-21, 2-22; с. 17, 32–36 (в рациональных числах).
№ 2-23; с. 36, 159 (в неотрицательных целых числах).
№ 2-25; с. 36, 159 (в целых числах).
№ 2-32; с. 37 (в целых числах).
№№ 2-36, 2-37; с. 37–38, 159 (в целых числах).
№№ 2-55, 2-56; с. 39, 159.
№ 3-21; с. 42, 64.
№ 4-2; с. 72, 74–75.
№ 4-6; с. 72, 77–79 (в целых числах).
№ 4-10; с. 73, 83–84.
№№ 4-36, 4-37; с. 96, 164.
№№ 5-2, 5-3; с. 99, 102–104.
№ 5-19; с. 100, 120 (в натуральных числах).
№ 5-26; с. 127, 165.
№ 5-32; с. 128, 166.
№ 5-40; с. 129, 166 (в натуральных числах).
№ 6-18; с. 134, 151–154.

Целые числа

№№ 1-4, 1-5, 1-6, 1-7; с. 5, 9.
№ 1-12; с. 6, 10.
№ 1-24, 1-25; с. 8, 13–14.
№№ 2-1, 2-2, 2-3; с. 15, 17–18.

№№ 2-5, 2-6, ..., 2-62; с. 15–17,
19–40, 159–161.

№ 4-6; с. 72, 77–79.

№№ 4-32, 4-33; с. 96, 163–
164.

№ 4-35; с. 96, 164.

№ 4-45; с. 97, 165.

№ 4-47; с. 97, 165.

№№ 5-3, 5-4; с. 99, 103–104.

№ 5-19; с. 100, 120.

№ 5-24; с. 127, 165.

№ 5-26; с. 127, 165.

№ 5-32; с. 128, 166.

№ 5-38; с. 129, 166.

№ 5-40; с. 129, 166.

№ 5-49; с. 130, 167.

№ 6-1; с. 131, 134.

№ 6-6; с. 131, 137.

№№ 6-10, 6-11, 6-12; с. 132, 140–
144.

№ 6-14; с. 133, 147–148.

№№ 6-19; 6-20; с. 154, 167.

№ 6-37; с. 157.

Цепные (непрерывные) дроби

№ 2-4; с. 15, 18–19.

№ 4-6; с. 72, 77–79 (ряд Фарея).

№ 4-33, с. 96, 164.

№ 6-17; с. 133, 150–151.

Числа (последовательность) Фибоначчи

№ 2-4; с. 15, 18–19.

№ 2-29; с. 37, 159.

№ 3-14; с. 42, 55–56.

№ 6-11; с. 132, 142–143.

№ 6-17; с. 133, 150–151.

Экстремумы функций

№ 4-4; с. 77, 81–82.

№№ 4-6, 4-7, 4-8; с. 77, 83–88.

№ 4-10; с. 73, 83–84 (универсаль-
ные переборные задачи).

№№ 4-14, 4-15; с. 73, 85–87.

№№ 4-17, 4-18, 4-19, 4-20; с. 73,
88–92.

№№ 4-25, 4-26; с. 95, 163.

№№ 4-28, 4-29; с. 96, 163.

№№ 4-30, 4-31; с. 96, 163

№№ 4-33, 4-34; с. 96, 164.

№ 4-36; с. 96.

№ 4-38; с. 97, 164.

№ 4-40; с. 97, 164.

№ 4-42; с. 97, 164.

№№ 4-44, 4-45, 4-46; с. 97, 164.

№№ 4-49, 4-50; с. 98, 165.

№ 5-7; с. 100, 106–108 (теорема
Леви).

№ 5-10; с. 100, 109–110.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Сборники олимпиадных задач

1. *Бабинская И.Л.* Задачи математических олимпиад. – М.: Наука, 1975.
2. *Брудно А.Л., Каплан А.И.* Олимпиады по программированию для школьников. – М.: Наука, 1985.
3. *Васильев Н.Б., Егоров А.А.* Сборник подготовительных задач к Всероссийской олимпиаде юных математиков. – М.: Учпедгиз, 1963.
4. *Васильев Н.Б., Савин А.П.* Избранные задачи математических олимпиад. – М.: Изд-во МГУ, 1968.
5. Венгерские математические олимпиады. – М.: Мир, 1976.
6. Задачи Московских математических олимпиад/Сост. *Гальперин Г.А., Толпыго А.К.* – М.: Просвещение, 1986.
7. Избранные задачи. – М.: Мир, 1977.
8. Интересные задачи для любителей математики. Из старых русских задачник/Под ред. *С.Н.Олехника, М.К.Потапова.* – М.: Наука, 1984.
9. *Морозова Е.А., Петраков И.С.* Международные математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1971.
10. Сборник задач московских математических олимпиад/ Сост. *Леман А.А.* – М.: Просвещение, 1965.
11. *Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К.* Старинные занимательные задачи. – М.: Наука, 1985.
12. Физико-математические олимпиады/Сост. *Брук Ю.М., Савин А.П.* – М.: Знание, 1977.
13. *Штейнгауз Г.* Сто задач. – М.: Наука, 1986.

Статьи «Всесоюзная заочная олимпиада»

14. «Наука и жизнь». – 1968, № 11 (задачи); 1969, № 2 (решения); «Комсомольская правда». – 9 января 1965 г.; 16 октября 1965 г.; 16 декабря 1967 г.; «Учительская газета». – 16 октября 1965 г.; 22 октября 1966 г.; «Математика в школе». – 1967, № 1.

Книги из серии «Библиотечка физико-математической школы». – М.: Наука

15. *Башмаков М.И.* Уравнения и неравенства. – 1976.
16. *Васильев Н.Б., Гутенмахер В.Л.* Прямые и кривые. – 1978.

17. *Васильев Н.Б., Молчанов С.А., Розенталь А.Л., Савин А.П.* Математические соревнования (геометрия). – 1974.

18. *Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Кириллов А.А.* Метод координат. – 1975.

19. *Кириллов А.А.* Пределы. – 1973.

Книги из серии «Библиотека математического кружка»

20. *Прасолов В.В.* Задачи по планиметрии, ч. I, II. – М.: Наука, 1986.

21. *Радемахер Г., Теплиц О.* Числа и фигуры. – М.: Физматгиз, 1962.

22. *Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М.* Избранные задачи и теоремы планиметрии. – М.: Наука, 1967.

23. *Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М.* Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия). – М.: Гостехиздат, 1954.

24. *Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М.* Геометрические неравенства и задачи на максимум и минимум. – М.: Наука, 1970.

25. *Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М.* Геометрические оценки и задачи из комбинаторной геометрии. – М.: Наука, 1974.

26. *Яглом И.М.* Геометрические преобразования, ч. I, II. – М.; Л.: Гостехиздат, 1956.

27. *Яглом И.М., Болтянский В.Г.* Выпуклые фигуры. – М.; Л.: Гостехиздат, 1954.

28. *Яглом А.М., Яглом И.М.* Неэлементарные задачи в элементарном изложении. – М.: Гостехиздат, 1954.

Книги из серии «Библиотечка «Квант»». – М.: Наука

29. *Башмаков М.И., Беккер Б.М., Гольховой В.М.* Задачи по математике (алгебра и анализ). – 1982.

30. *Болтянский В.Г., Ефремович В.А.* Наглядная топология. – 1982.

31. *Гиндикин С.Г.* Рассказы о физиках и математиках. – 1985.

32. *Данилов И.Д.* Секреты программируемого микрокалькулятора. – 1986.

33. Занимательно о физике и математике / Сост. *Кротов С.С.* и *Савин А.П.*; Под ред. *Л.Г.Асламзова.* – 1986.

34. *Оре О.* Приглашение в теорию чисел. – 1980.

35. *Тихомиров В.М.* Рассказы о максимумах и минимумах. – 1986.

36. *Шарыгин И.Ф.* Задачи по геометрии. Планиметрия. – 1986.

37. *Штейнгауз Г.* Математический калейдоскоп. – 1981.