набора S_m и S_n, где $m > n$, совпали, то произведение чисел от $(n+1)$-го до m-го есть полный квадрат.

а) Задача сводится к такой: можно ли выписать подряд 15 ненулевых наборов из четырех цифр 0 и 1 друг за другом так, чтобы каждые два соседних отличались ровно в одном месте, а первым шел набор из трех нулей и одной единицы?

б) Подсчитайте общее количество наборов S (см. [7], задача 3-17).

в) Эту задачу для «знатоков» можно переформулировать так: какое наибольшее число ребер n-мерного куба может содержать цепочка ребер, не заходящая дважды в одну вершину?

2-55. Если a и b взаимно просты, то на каждой прямой $ax + by = c$, где c – целое, растет дерево (см. 2-2, 2-6, 2-7, с. 17, 20, 21).

2-56. См. 2-21, с. 32.

2-57. В доказательстве можно использовать формулу для функции Эйлера, приведенную в комментарии к решению 2-8, с. 22.

2-58. б) Доказательство удобно провести по индукции, начав с конечной цифры 5 или 6.

∇ Вся бесконечная влево последовательность таких цифр (например, x = … 376) образует так называемое *10-адическое* число, для которого $x^2 = x$; таким образом, в 10-адических числах квадратное уравнение $x^2 = x$ имеет, кроме решений $x = 0 = \ldots 000$ и $x = 1 = \ldots 001$, еще два решения. В теории p-адических чисел причудливым образом сплетаются свойства целых и вещественных чисел (см. [82]).

2-59. Пусть тройка чисел $(x_0; y_0; z_0)$ – решение данного уравнения. Тогда все тройки, полученные из нее перестановками чисел x_0, y_0, z_0 – тоже решения. Если подставить в уравнение тройку $(x_0; y_0; z_0)$, то из полученного квадратного относительно x уравнения находится новое решение исходного уравнения.

2-60. Рассмотрите одновременно число $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{1987} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$.

2-61. Полезно с числом $a^2 + ab + b^2$ из M связать выражение $a + b\omega$ и при перемножении двух таких выражений считать ω^2 равным $\omega - 1$ (тогда будет выполняться, в частности, равенство $(a+b\omega)\left(a-b\omega^2\right) = a^2+ab+b^2$). Буквой ω здесь обозначено комплексное число $\left(1+\sqrt{-3}\right)/2$, а $-\omega^2 = 1-\omega = \left(1-\sqrt{-3}\right)/2$ – сопряженное к нему число.

2-62. Можно взять $y = x! - 1$.

3-26. 1) См. решение и комментарий к 3-7, с. 49–50, рис. 19.

3) Если $m = ab/c$, то $c/a = b/n$.

4) Пусть $m = a\sqrt{2} = \sqrt{a^2+a^2}$, $n = a\sqrt{3} = \sqrt{m^2+a^2}$, тогда $a\sqrt{2}/\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right) = am/(m+n)$.

6) Пусть $m = \sqrt{2}a$, тогда $a\sqrt{2} = \sqrt{m \cdot a}$.

3-27. По поводу таких построений см. 3-2, с. 44–46. В п. 1) $\sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{(b-a)(b+a)}$, в п. 2) $a\sqrt{3} = \sqrt{3a \cdot a}$, в п. 3) $a\sqrt{2} = \sqrt{2a \cdot a}$, так что в этих пунктах построения сводятся к построению среднего геометрического $\sqrt{ab}$ отрезков a и b – с. 49, рис.19. Для этого повторите рис. 19, проведите на нем радиус OK и отрезок, симметричный ему относительно прямой KB.

4) Здесь можно использовать уже построенный в п. 3) отрезок $a\sqrt{2}$.

3-28. См. 3-3, с. 46.

3-29. Здесь удобно использовать метод геометрических мест – см. 3-4, с. 46. Геометрическое место середин отрезков, один конец которых находится в данной точке, а другой – на данной окружности, является окружностью.

3-30–3-31. Здесь удобно действовать методом подобия – см. 3-6, с. 48–49.

3-32. Наиболее удаленная от начала координат вершина прямоугольника находится на прямой $y = \pi + \frac{p}{2} - 2x$.

3.33. $r\sqrt{\pi} = r\sqrt{\pi \cdot 1}/1$.

3-34. Воспользуйтесь тождеством $\cos\varphi = 4\cos^3\frac{\varphi}{3} - 3\cos\frac{\varphi}{3}$. Пусть $\cos\frac{\varphi}{3} = x$, тогда $4x^3 = \cos\varphi + 3x$.

3-35–3-36. Удобно отражать от стенок сами фигуры: угол и бильярд – см. 3-16, с. 58. В 3-36 рассмотрите сначала бильярд размерами 3×5 и сделайте рисунок.

3-37. Опишите окружность около треугольника ABC.

3-38. См. 3-8, с. 50.

3-39. Используйте 3-14 (с. 55) и то, что $1/6 - 1/10 = 1/15$.

3-40. Эллипс – геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний от которых до двух данных точек этой плоскости постоянна. Гипербола – геометрическое место точек плоскости, модуль разности расстояний от которых до двух данных точек этой плоскости постоянен.

3-41. б) Докажите, что если отрезки лежат на разных прямых, то любая ось симметрии объединения отрезков является осью симметрии одного из отрезков.

3-42. Здесь удобно действовать методом подобия – см. 3-6, с. 48.

3-43, 3-44. См. 3-10, с. 51–53

3-46. Докажите, что три общие хорды трех попарно пересекающихся окружностей пересекаются в одной точке, и воспользуйтесь предыдущей задачей 3-45.

3-47. Среди вершин правильного двенадцатиугольника можно разными способами выбрать четыре вершины, все попарные расстояния между которыми различны.

3-48. Доказательство удобно провести методом математической индукции (см. [112]) по числу прямых.

3-50. См. 3-19, с. 62. Геометрическое место центров шаров, касающихся двух пересекающихся плоскостей, – пара перпендикулярных плоскостей. Геометрическое место центров шаров, касающихся трех попарно пересекающихся плоскостей, – пересечение двух пар плоскостей, т.е. четверка прямых. Число точек, одинаково удаленных от четырех попарно пересекающихся плоскостей, не более восьми.

3-51. Не все части являются тетраэдрами, некоторые из них – октаэдры (рис.68 на с. 116).

3-52. См. 3-19, с. 62.

3-53. а) Плоскость, проходящая через середину диагонали куба и перпендикулярная ей, – геометрическое место точек, равноудаленных от ее концов. Найдите на ребрах куба такие точки.

б) Разделите диагональ на три равные части и найдите формулу для $S(x)$ в каждой из этих частей. Площадь проекции сечения на грань куба равна $S(x)\cdot\sin\varphi$, где φ – угол между диагональю и гранью куба.

3-54. Докажите, что трехгранные углы тетраэдра равны (см. 3-24, 3-25, с. 66–68).

3-55. Нарисуйте сначала плоскую схему такого многогранника (см. 3-23, с. 66).

3-56. Докажите, что: а) площадь «дольки» – сферического двуугольника, высекаемого на сфере двугранным углом трехгранного угла, равна 2α, где α – величина двугранного угла; б) сферический треугольник является пересечением трех двуугольников, образованных тремя двугранными углами трехгранного угла.

4-25. Наибольшее значение достигается при $a = b$. Можно выразить все нужные элементы треугольника, например, через величину острого угла.

4-26. Воспользуйтесь тем, что $f(0) = f(1) = 1$, а наименьшее значение $f\left(\frac{1}{2}\right)$ функции $f(x)$ не меньше чем -1.

4-27. См. 4-5, с. 77.

4-28. Сумма трех наименьших чисел не больше, чем утроенное среднее арифметическое всех 10 чисел.

4-30. См. 4-3, с. 75. Начните с того, что посчитайте все площади для нескольких характерных случаев: точка в вершине, в середине стороны, в точке пересечения медиан.

4-31. Сначала полезно найти, какую наименьшую величину может иметь произведение диагоналей.

4-32. Сколько, самое меньшее и самое большее, стоит одна авторучка?

4-33. Можно действовать так же, как в 4-6 б), с. 78–79, используя равенство $1\big/\left(\sqrt{3}-1\right)=\left(\sqrt{3}+1\right)\big/2$.

∇ Разложение $\sqrt{3}$ в цепную дробь получается периодическим. То, что 220 вольт и 127 вольт – обычное напряжение в сети, не случайно – см. [57].

4-34. См. 4-8, с. 80.

4-35. См. 4-9, с. 82. Обозначим через p то расстояние, которое человек успевает пройти от одного обгона до следующего. Тогда

$$5p \le 4 < 7p \ ,$$

$$7p \le 7 < 9p \ ,$$

$$(x-1)p \le 17 < (x+1)p \ ,$$

где x – искомое число автобусов.

4-37. Пусть S – сумма всех одиннадцати чисел. Тогда каждое из них есть корень уравнения $x=(S-x)^2$, имеющего не более двух решений. Поэтому среди искомых чисел не больше двух различных.

4-38. Найдите отношение значения данной величины при $n = k + 1$ к значению при $n = k$ и выясните, при каких k это отношение больше 1, а при каких – меньше (см. 4-13, с. 85).

4-39. Полезно рассмотреть сначала случай, когда все числа равны между собой. Чтобы получить для n оценку сверху, удобно сложить неравенства $a_i^2+a_j^2 \ge 2a_ia_j$, где a_k ($1 \le k \le n$) – числа, о которых идет речь в условии задачи.

4-40. См. 4-15, с. 86.

4-41. Интегралы в левой части можно представить как площади криволинейных треугольников, расположенных под и над графиком функции $y=\sin x$ (см. 4-16, с. 87).

4-42. Здесь удобно использовать тот же прием, что и в доказательстве каждого неравенства 4-15, с. 86; в одном из случаев надо также учесть неравенство треугольника.

4-43. а) Представьте данные числа как степени с одинаковыми показателями и сравните основания этих степеней.

б) Чтобы сравнить числа $2^{9\cdot 3^{98}}$ и $3^{4\cdot 2^{148}}$, достаточно сравнить 2^9 с 3^4 и 3^{98} с 2^{148} (т.е. $\left(\dfrac{9}{8}\right)^{49}$ с 2 – см. 4-4, с. 75–77).

в) Сравните числа $\log_5(6/5)$, $\log_6(6/5)$, $\log_6(7/6)$.

г) Можно использовать равенство

$$2\sin 7^\circ \cdot \sin 5^\circ = \cos 2^\circ - \cos 12^\circ \ .$$

Другие решения пунктов в), г) и д) можно получить, используя следующий факт: если функция $\lg f(x)$ выпукла вверх (см. 4-18, с. 89), то $f(x+1)/f(x) \ge f(x)/f(x-1)$.

4-44. Можно рассуждать так же, как в решении задачи 4-18, с. 89, используя функции:

а) $f(x) = 1/(1+x)$; б) $f(x) = \lg \sin x$.

4-45. В искомую сумму выгодно включать лишь двойки и тройки.

4-46. См. 4-19, с. 91.

4-47. Оцените количество узлов бесконечной сетки из правильных треугольников со стороной 1, лежащих в круге радиуса 10 с центром в одном из узлов сетки (достаточно подсчитать количество узлов, лежащих в правильном шестиугольнике со сторонами длины 10, идущими по линиям сетки),

4-48. См. 4-23, с. 93.

4-49. Отразив гипотенузу симметрично относительно катетов, получим на ее образах – двух параллельных отрезках – новые точки K' и H' – образы точек K и H. Задача сводится к тому, чтобы минимизировать длину ломаной $K'PQH'$. (Положений точек P и Q, при которых достигается минимум длины, здесь бесконечно много.)

4-50. Квадрат расстояния между двумя точками, движущимися равномерно и прямолинейно, выражается квадратным трехчленом от времени (это проще доказать, перейдя к системе координат, связанной с одной из этих точек). По трем значениям квадратного трехчлена можно вычислить его коэффициенты, а затем – найти его минимум.

5-22. б) Отрицательные числа имеет смысл вписать в пять клеток – центральную и в четыре имеющие с ней общую вершину, – а положительные – в остальные 20 клеток.

5-23. Улитка могла проползти от 4 до 12 метров (см. 5-1, с. 100).

5-24. См. 5-3, с. 103.

5-25. См. 5-5, с. 104–105.

5-26. а) Полезно рассмотреть сначала ситуацию, когда в автобусе едут 2, 3 и 4 человека.

б) После размена у каждого должна остаться хотя бы одна монета.

в) Полезно выяснить, сколько среди 15 человек таких, у которых только одна 15-копеечная монета.

5-27. Удобно составить таблицу, в которой строки соответствуют цветам, а столбцы – фасонам.

5-28. См. 5-6, с. 105.

5-29. а) Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник по двум сторонам и углу против одной из них. Исследуйте, сколько решений имеет эта задача на построение.

б) Рассмотрите два треугольника: один со сторонами 1, a, a^2, второй – со сторонами a, a^2, a^3. При каких a существуют эти треугольники?

5-30. Докажите, что один из углов между биссектрисами треугольника не меньше 60° (выразите для этого углы между биссектрисами через углы треугольника). Оцените площадь четырехугольника, диагоналями которого являются эти биссектрисы. См. [36], задача 272.

5-32. Эта задача связана с равенством

$$4+4\cdot 2^3+4\cdot 3^3+\ldots+4\cdot k^3=k^2(k+1)^2.$$

5-33. г) Попробуйте сначала разрезать прямоугольный треугольник на два равнобедренных.

5-35. а) Внутренний четырехугольник не обязательно выпуклый.

б) Длина любого отрезка, расположенного внутри четырехугольника, не превосходит половины его периметра.

5-36. б) Рассмотрите случаи четного и нечетного n (см. 5-16, с. 116).

5-37. а) Рассмотрите проволочный икосаэдр, см. 5-15 б), с. 116.

б) Попробуйте посчитать число отрезков (см. 5-16 б), 5-17 б), с. 117).

5-38. Удобно каждое из чисел от 1 до 81 представить в виде суммы степеней тройки, т.е. записать в троичной системе счисления.

5-40. Если $7/8=q^k$, $9/8=q^n$ для некоторых целых k и n, то $7^n\cdot 9^k=8^{n+k}$.

5-41. б) Если у каждого выключателя два состояния (включен–выключен), то у трех выключателей всего восемь различных состояний, одно из которых соответствует случаю, когда все лампочки погашены.

5-42. Изобразим задачи черными кружками, участников – белыми и от каждого участника проведем отрезки к тем задачам, которые он решил. Тогда все отрезки образуют один или несколько замкнутых путей – циклов.

г) В каждом цикле выбор осуществляется двумя способами, а циклов – не более 10.

5-43. Удобнее описать периодическую расстановку офицеров на бесконечной клетчатой плоскости Oxy, разбитой на квадраты 5×5, в каждом из которых повторяется расстановка с нужными свойствами. Офицеров каждого ранга можно расставить вдоль параллельных друг другу наклонных прямых одного направления, скажем, с угловым коэффициентом 1, а каждого рода войск – другого направления, скажем, с угловым коэффициентом 2.

∇ Нужную расстановку можно получить также с помощью конечного поля из остатков от деления на 5 – см. комментарий к 5-20, с. 121.

5-44. а) Возьмем отрезок, поместим три вершины внешней пирамиды очень близко к одному его концу, а четвертую – к другому. Две вершины внутренней пирамиды поместим вблизи одного конца отрезка, а две другие – вблизи другого.

б) Эта задача – обобщение следующей теоремы: периметр выпуклого многоугольника меньше периметра любого содержащего его многоугольника.

5-47. Станции можно расположить в вершинах куба.

5-48. В таком многограннике все ребра одного направления имеют одинаковую длину и для каждой пары направлений существуют ровно две грани с соответствующими направлениями сторон.

5-49. б) Многочлен в пункте а) можно записать как $C_x^1 + C_{x+y+1}^2$ (см. комментарий к 2-16, с. 28).

5-50. Найдите множество значений многочлена $(1 - xy)^2 + x^2$.

6-19. См. 6-1 б), с. 134.

6-20. в) Докажите, что если в разложении дроби n/p, $0 < n < p$, в десятичную дробь где-то стоят две одинаковые цифры a, то существует натуральное число m такое, что $m/p = 0,\ aa\ \ldots$, т.е. выполняются неравенства

$$0 < \frac{m}{p} - \frac{11}{100}a < \frac{1}{100}.$$

Задача сводится к такой: нужно выбрать простые p такие, что ни при каком натуральном $a \leq 9$ двузначное число, образованное двумя последними цифрами числа $11pa$, не превосходит числа $100 - p$.

6-21. Найдите период.

6-22. Докажите, что если $a_n \geq 163$, то $a_{n+1} < a_n$. Остается исследовать случаи, когда $a_1 \leq 162$.

6-23. См. 6-3, с. 135.

6-24. См. 6-2, с. 134–135.

6-25. См. 6-5, с. 136.

6-26. См. с. 149–151. Начертив графики функций $y = 1 - x^2$ и $y = x$, нужно изучить поведение последовательности (x_n), заданной соотношением $x_{n+1} = 1 - x_n^2$ при различных x_1. Ответ в задаче зависит от четности n.

6-27. а) Функция $f(x) = x(1 - x)$ возрастает при $0 < x < 1/2$; $f(x) \leq 1/4$ при $0 \leq x \leq 1$ и $f(1/n) < 1/(n+1)$; можно показать, что $x_n < 1/(n+2)$ при $n > 1$.

б) Удобно сделать замену $x_n = \frac{1}{2} + h_n$.

6-28. Можно доказать методом математической индукции, что $P_n(x)$ имеет n корней. Учитывая чередование знаков многочлена $P_{n+1}(x)$ в точках, где $P_n(x)$ обращается в 0, можно доказать, что между каждыми двумя корнями $P_n(x)$ лежит корень $P_{n+1}(x)$; кроме того, определив знак $P_n(x)$ и $P_{n+1}(x)$ при больших по модулю значениях x, можно доказать, что $P_{n+1}(x)$ имеет корень справа от наибольшего из корней $P_n(x)$ и слева от наименьшего его корня.

6-29. а) Путь муравья состоит из отрезков, длины которых составляют две бесконечно убывающие геометрические прогрессии.

6-30. Треугольники, взятые через один, будут подобны друг другу.

6-31. Используйте неравенство $\sin x < x$ при $x > 0$.

6-32. б), в) Можно доказать неравенство $a_n^3 > 3n$ и оценить разность $a_n^3 - 3n$.

6-33. Оба утверждения можно доказать методом математической индукции (см. 6-16, с. 149): если неравенства

$$0 < 2 - a_n < (3/4)^n$$

верны для $n = k$, то они верны и для $n = k + 1$.

6-34. Можно указать $q < 1$ такое, что (начиная с некоторого n) $a_{n+1} < qa_n$.

6-35. б) Рассмотрите тройку чисел вида $k\tau^2$, $k\tau$, k.

6-33. Рассмотрите сумму всех попарных расстояний – она, конечно, не меняется при переселениях.

6-38. Удобно числа между 0 и 1 рассматривать как бесконечные троичные дроби из цифр 0, 1, 2; числа, о которых говорится в пункте в) – те, в троичной записи которых бесконечно много нулей и двоек и нет ни одной единицы.

6-39. в) Для доказательства удобнее использовать другой способ построения ломаной Дракона, чем указанный в условии (конечно, нужно доказать, что он приводит к той же ломаной): на n-м шаге на каждом звене уже построенной ломаной, как на гипотенузе, строится равнобедренный прямоугольный треугольник, причем попеременно – справа и слева (так, что соседние треугольники получаются один из другого поворотом на $90°$ вокруг общей вершины); катеты построенных треугольников образуют новую ломаную; повернув ее на $45°$ относительно начальной точки и увеличив подобно в $\sqrt{2}$ раз, можно переходить к $(n+1)$-му шагу. (Подробный рассказ о ломаных Дракона см. в «Кванте» № 2, 1970.)

г) Известное нам доказательство использует гауссовы (целые комплексные) числа; было бы интересно найти простое элементарное решение.

6-40. Нарисуем домики всех гномов на одном листе бумаги в двух экземплярах. На первом экземпляре будем закрашивать домики (по правилам, указанным в задаче) в нечетные годы (1-й, 3-й, 5-й и т.д.), на втором экземпляре – в четные годы. Соединим каждый домик с домиками друзей гнома, который в нем живет, на другом экземпляре. Для полученной схемы (она называется двудольным графом) можно использовать тот же прием, что и в решении 6-7, с. 137.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Диофантовы уравнения

Дирихле принцип

Игры

Инвариант

Комбинаторика

Логика

Периодичность

Планиметрия

Прогрессии

Просто смекалка

Простые, составные числа

Развертки пространственных тел

Рекуррентные соотношения

Стереометрия

Текстовые задачи

Уравнения

Целые числа

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Сборники олимпиадных задач

1. *Бабинская И.Л.* Задачи математических олимпиад. – М.: Наука, 1975.

2. *Брудио А.Л.*, *Каплан А.И.* Олимпиады по программированию для школьников.– М.: Наука, 1985.

3. *Васильев Н.Б.*, *Егоров А.А.* Сборник подготовительных задач к Всероссийской олимпиаде юных математиков. – М.: Учпедгиз, 1963.

4. *Васильев Н.Б.*, *Савин А.П.* Избранные задачи математических олимпиад. – М.: Изд-во МГУ, 1968.

5. Венгерские математические олимпиады. – М.: Мир, 1976.

6. Задачи Московских математических олимпиад/Сост. *Гальперин Г.А.*, *Толпыго А.К.* – М.: Просвещение, 1986.

7. Избранные задачи. – М.: Мир, 1977.

8. Интересные задачи для любителей математики. Из старых русских задачников/Под ред. *С.Н.Олехника*, *М.К.Потапова*. – М.: Наука, 1984.

9. *Морозова Е.А.*, *Петраков* И.С. Международные математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1971.

10. Сборник задач московских математических олимпиад/ Сост. *Леман А.А.* – М.: Просвещение, 1965.

11. *Олехник С.Н.*, *Нестеренко Ю.В.*, *Потапов М.К.*. Старинные занимательные задачи. – М.: Наука, 1985.

12. Физико-математические олимпиады/Сост. *Брук Ю.М.*, *Савин А.П.* – М.: Знание, 1977.

13. *Штейнгауз Г.* Сто задач. – М.: Наука, 1986.

Статьи «Всесоюзная заочная олимпиада»

14. «Наука и жизнь». – 1968, № 11 (задачи); 1969, №2 (решения);
«Комсомольская правда». – 9 января 1965 г.; 16 октября 1965 г.; 16 декабря 1967 г.;
«Учительская газета».– 16 октября 1965 г.; 22 октября 1966 г.;
«Математика в школе». – 1967, №1.

Книги из серии «Библиотечка физико-математической школы». – М.: Наука

15. *Башмаков М.И.* Уравнения и неравенства. – 1976.

16. *Васильев Н.Б.*, *Гутенмахер В.Л.* Прямые и кривые. – 1978.

17. *Васильев Н.Б., Молчанов С.А., Розенталь А.Л., Савин А.П.* Математические соревнования (геометрия). – 1974.

18. *Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Кириллов А.А.* Метод координат. – 1975.

19. *Кириллов А.А.* Пределы. – 1973.

Книги из серии «Библиотека математического кружка»

20. *Прасолов В.В.* Задачи по планиметрии, ч. I, II. – М: Наука, 1986.

21. *Радемахер Г., Теплиц О.* Числа и фигуры. – М.: Физматгиз, 1962.

22. *Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М.* Избранные задачи и теоремы планиметрии. – М.: Наука, 1967.

23. *Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М.* Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия). – М.: Гостехиздат, 1954.

24. *Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М.* Геометрические неравенства и задачи на максимум и минимум.– М.: Наука, 1970.

25. *Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М.* Геометрические оценки и задачи из комбинаторной геометрии. – М.: Наука, 1974.

26. *Яглом И.М.* Геометрические преобразования, ч. I, II.– М.; Л.: Гостехиздат, 1956.

27. *Яглом И.М., Болтянский В.Г.* Выпуклые фигуры.– М.; Л.: Гостехиздат, 1954.

28. *Яглом А.М., Яглом И.М.* Неэлементарные задачи в элементарном изложении. – М.: Гостехиздат, 1954.

Книги из серии «Библиотечка «Квант». – М.: Наука

29. *Башмаков М.И., Беккер Б.М., Гольховой В.М.* Задачи по математике (алгебра и анализ).– 1982.

30. *Болтянский В.Г., Ефремович В.А.* Наглядная топология. – 1982.

31. *Гиндикин С.Г.* Рассказы о физиках и математиках. – 1985.

32. *Данилов И.Д.* Секреты программируемого микрокалькулятора. – 1986.

33. Занимательно о физике и математике/Сост. *Кротов С.С.* и *Савин А.П.*; Под ред. *Л.Г.Асламазова.* – 1986.

34. *Оре О.* Приглашение в теорию чисел. – 1980.

35. *Тихомиров В.М.* Рассказы о максимумах и минимумах. – 1986.

36. *Шарыгин И.Ф.* Задачи по геометрии. Планиметрия. – 1986.

37. *Штейнгауз Г.* Математический калейдоскоп.– 1981.